



Lagrangiano Efectivo Para Corrientes Neutras Que Cambian Sabor Mediadas Por Bosones De Gauge Neutros Pesados

Effective Lagrangian For Flavor Changing Neutral Currents Mediated By Heavy Neutral Gauge Bosons

A. Jaramillo M. ^{*} ^a, E. Díaz ^a, L. A. Sánchez ^a

^a Escuela de Física, Universidad Nacional de Colombia, A.A. 3840, Medellín, Colombia.

Recibido 31.08.11; Aceptado 12.09.11; Publicado en línea 04.10.11.

Resumen

La existencia de bosones de gauge neutros extra con acoples no universales a las familias de fermiones es predicha en muchas extensiones del modelo estándar (ME). Cuando se rota a la base en que los fermiones son autoestados de masa, esos acoples dan lugar a corrientes neutras que cambian sabor (FCNC por sus siglas en Inglés) a nivel árbol. En este trabajo se considera el formalismo desarrollado en las Referencias [1] y [2] para el cálculo del correspondiente Lagrangiano efectivo y se presenta una generalización al caso de N bosones de gauge neutros, $N - 1$ de los cuales son pesados. Esta generalización se aplica luego a los casos de interés fenomenológico $N = 2$ y $N = 3$.

Palabras Clave: Corrientes neutras; Bosones Z ; Modelos más allá del modelo estándar.

Abstract

The existence of extra neutral gauge bosons with family nonuniversal couplings is predicted in many extensions of the standard model (SM). When rotating to the fermion mass eigenstate basis, these couplings give rise to tree-level flavor changing neutral currents (FCNC). In this work we consider the formalism developed in References [1] and [2] for calculating the corresponding effective Lagrangian and we present a generalization to the case of N neutral gauge bosons, $N - 1$ of which are heavy. This generalization is then applied to the cases of phenomenological interest $N = 2$ and $N = 3$.

Keywords: Neutral currents; Z bosons; Models beyond the standard model.

PACS: 12.15.Mm; 14.70.Hp; 12.60.-i.

©2011. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

Bosones de gauge neutros más pesados que el Z del ME están entre las predicciones de física más allá del ME mejor motivadas tanto teórica como fenomenológicamente. Ellos surgen, por ejemplo, en modelos de gran unificación, en modelos con dimensiones extra, en extensiones basados en supercuerdas, en extensiones del grupo de simetría del ME que adicionan más de un factor abeliano, etc [3]. También surgen en dos extensiones simples del ME que permiten dar respuesta a la pregunta por el número de familias fermióni-

cas en la naturaleza cuando la cancelación de anomalías se da entre generaciones. Ellas son las extensiones 3-3-1 [4] y 3-4-1 [5]. La primera predice la existencia de un bosón de gauge neutro extra pesado Z' , mientras que en la extensión 3-4-1 surgen dos: Z' y Z'' . Estos bosones, en general, se mezclan con el Z del ME y median FCNC a nivel árbol inducidas por mezcla de fermiones, ya que tienen acoples no universales a las familias de quarks. Esto último es debido a que la cancelación de anomalías entre generaciones exige que una familia de quarks transforme distinto de las otras dos respecto al grupo gauge.

*ajarami2@unal.edu.co

La situación más usual es la predicción de un solo Z' pesado con efectos en principio observables a bajas energías. En consecuencia, su masa y el ángulo de mezcla θ con el Z del ME están restringidos por el experimento y por datos de precisión electrodébil. Las cotas resultantes dependen del modelo, pero son típicamente: $m_{Z'} > O(600)$ GeV y $\theta \sim 10^{-3}$.

Un formalismo matemático para la obtención del Lagrangiano efectivo a bajas energías para estas FCNC y que es ampliamente usado para el estudio de consecuencias fenomenológicas, ha sido desarrollado en las Referencias [1] y [2]. En este trabajo se presenta una generalización de este formalismo para el caso de modelos con N bosones de gauge neutros, $N - 1$ de los cuales son pesados y, a continuación, se consideran los casos de interés fenomenológico $N = 2$ y $N = 3$.

2. El formalismo y su generalización

Como se propone en [1], el Lagrangiano para corrientes neutras en una hipotética extensión de ME con $N - 1$ bosones de gauge extra y en la base en la que todos los campos son autoestados de interacción, tiene la forma general

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NC}} = & -eA_\mu J^\mu(\text{EM}) - g_1 Z_{1,\mu}^0 J^{(1)\mu} \\ & - \sum_{\alpha=2}^{N-1} g_\alpha Z_{\alpha,\mu}^0 J^{(\alpha)\mu}, \end{aligned} \quad (1)$$

donde A es el fotón, $Z_1^0 \equiv Z$ denota el bosón de gauge neutro del ME y $g_1 = g/\cos\theta_W = e/\sin\theta_W$. Las corrientes $J_\mu^{(m)}$ pueden escribirse como

$$J_\mu^{(m)} = \sum_\psi \sum_{i,j} \bar{\psi}_i \gamma_\mu \left[\epsilon_{L_{ij}}^{\psi(m)} P_L + \epsilon_{R_{ij}}^{\psi(m)} P_R \right] \psi_j, \quad (2)$$

donde la suma se extiende sobre todos los quarks y leptones $\psi_{i,j}$ y donde $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$. $\epsilon_{R,L_{ij}}^{\psi(1)} = \epsilon_{R,L}(i)\delta_{ij}$ denotan los acoples quirales en el ME y $\epsilon_{R,L_{ij}}^{\psi(m)}$ ($m \neq 1$) denotan los acoples quirales a los nuevos bosones de gauge neutros.

En general, los bosones $Z_{\alpha,\mu}^0$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N - 1$) se mezclan con el Z del ME y los bosones físicos $Z_{\alpha,\mu}$ son entonces combinaciones lineales de los $Z_{\alpha,\mu}^0$

$$Z_\alpha^\mu = \sum_{\beta=1}^N U_{\alpha\beta} Z_\beta^{0\mu}, \quad (3)$$

donde U es una matriz ortogonal $N \times N$.

Si los $\epsilon_{R,L_{ij}}^{\psi(m)}$ ($m \neq 1$) en la Ec. (2) son diagonales pero no universales, surgen FCNC inducidas por mezcla de fermiones. Sean $V_{R,L}^\psi$ las matrices unitarias que diagonalizan

las matrices de masa de los fermiones tal que la matriz de mezcla CKM está dada por $V_{\text{CKM}} = V_L^u V_L^{d\dagger}$; entonces los acoples quirales de los Z_α^0 a los fermiones, en la base en que los fermiones son autoestados de masa, son

$$E_{L,R}^{\psi(\alpha)} \equiv V_{L,R}^\psi \epsilon_{R,L}^{\psi(\alpha)} V_{L,R}^{\psi\dagger}. \quad (4)$$

Ahora, teniendo en cuenta la Ec. (3), el Lagrangiano efectivo a bajas energías que se obtiene del Lagrangiano en la Ec. (1) después de integrar los campos físicos pesados, es

$$-\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=1}^N \rho_\alpha \left(\sum_{\beta=1}^N U_{\alpha\beta} \frac{g_\beta}{g_1} J_\beta^\mu \right)^2, \quad (5)$$

donde $\rho_\alpha \equiv m_W^2 / (m_\alpha^2 \cos^2 \theta_W)$ y m_α es la masa del correspondiente Z_α .

Efectuando las sumas en esta última ecuación y reorganizando términos, puede escribirse

$$-\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i,j=1}^N A_{ij} J_\mu^{(i)} J^{\mu(j)}, \quad (6)$$

con

$$A_{ij} = \frac{g_i g_j}{g_1^2} \sum_{l=1}^N \rho_l U_{li} U_{lj}, \quad (7)$$

donde, con el fin de tener una escritura compacta para el Lagrangiano, la suma se escribe tal que toma elementos de la matriz U .

Usando (2) y (4) en (6), el Lagrangiano efectivo adquiere la forma

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{eff}} = & \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\psi,\chi} \sum_{k,l} \sum_{i,j,m,n} \sum_{X,Y} W_{XY}^{kl,ijmn} \\ & \times (\bar{\psi}_i \gamma_\mu P_X \psi_j) (\bar{\chi}_m \gamma^\mu P_Y \chi_n), \end{aligned} \quad (8)$$

donde

$$\begin{aligned} W_{XY}^{kl,ijmn} = & A_{kl} E_{X_{ij}}^{(\psi(k))} E_{Y_{mn}}^{(\psi(l))} \\ = & \frac{g_k g_l}{g_1^2} \left(\sum_{r=1}^N \rho_r U_{rk} U_{rl} \right) E_{X_{ij}}^{\psi(k)} E_{Y_{mn}}^{\psi(l)}, \end{aligned} \quad (9)$$

y donde $k, l = 1, \dots, N$; X y Y corren sobre las quiralidades L, R ; ψ y χ representan clases de fermiones con los mismos números cuánticos, i.e. u, d, e^-, ν , mientras que i, j, m, n son índices de familia.

Otra forma de escribir la Ec. (8), usando la notación de la Referencia [2], es

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{eff}} = & \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\psi,\chi} \sum_{i,j,m,n} [C_{mn}^{ij} Q_{mn}^{ij} + \tilde{C}_{mn}^{ij} \tilde{Q}_{mn}^{ij} \\ & + D_{mn}^{ij} O_{mn}^{ij} + \tilde{D}_{mn}^{ij} \tilde{O}_{mn}^{ij}], \end{aligned} \quad (10)$$

con los operadores Q dados por

$$\begin{aligned} Q_{mn}^{ij} &= (\bar{\psi}_i \gamma^\mu P_L \psi_j) (\bar{\chi}_m \gamma_\mu P_L \chi_n), \\ \tilde{Q}_{mn}^{ij} &= (\bar{\psi}_i \gamma^\mu P_R \psi_j) (\bar{\chi}_m \gamma_\mu P_R \chi_n), \\ O_{mn}^{ij} &= (\bar{\psi}_i \gamma^\mu P_L \psi_j) (\bar{\chi}_m \gamma_\mu P_R \chi_n), \\ \tilde{O}_{mn}^{ij} &= (\bar{\psi}_i \gamma^\mu P_R \psi_j) (\bar{\chi}_m \gamma_\mu P_L \chi_n), \end{aligned}$$

y los coeficientes por

$$\begin{aligned} C_{mn}^{ij} &= \sum_{kl} W_{LL}^{kl,ijmn}, & \tilde{C}_{mn}^{ij} &= \sum_{kl} W_{RR}^{kl,ijmn}, \\ D_{mn}^{ij} &= \sum_{kl} W_{LR}^{kl,ijmn}, & \tilde{D}_{mn}^{ij} &= \sum_{kl} W_{RL}^{kl,ijmn}. \end{aligned}$$

Las expresiones obtenidas son completamente generales para cualquier número N de bosones de gauge neutros.

2.1. El caso $N = 2$

Para extensiones del ME que predicen la existencia de un solo bosón de gauge neutro extra con acoplos no universales a las familias fermiónicas, de las Ecs. (6) y (7) se sigue

$$-\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} (A_{11} J_1^2 + A_{12} J_1 J_2 + A_{21} J_2 J_1 + A_{22} J_2^2), \quad (11)$$

donde

$$\begin{aligned} A_{11} &= \rho_1 U_{11}^2 + \rho_2 U_{21}^2, \\ A_{12} &= A_{21} = \frac{g_2}{g_1} (\rho_1 U_{11} U_{12} + \rho_2 U_{21} U_{22}), \\ A_{22} &= \left(\frac{g_2}{g_1} \right)^2 (\rho_1 U_{12}^2 + \rho_2 U_{22}^2). \end{aligned}$$

La matriz de mezcla U tiene la forma

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (12)$$

de tal manera que los coeficientes A_{ij} son

$$\begin{aligned} A_{11} &= \rho_1 \cos^2 \theta + \rho_2 \sin^2 \theta, \\ A_{12} &= \frac{g_2}{g_1} \cos \theta \sin \theta (\rho_1 - \rho_2), \\ A_{22} &= \left(\frac{g_2}{g_1} \right)^2 (\rho_1 \sin^2 \theta + \rho_2 \cos^2 \theta). \end{aligned} \quad (13)$$

Definiendo: $\rho_{\text{eff}} \equiv A_{11}$, $w \equiv A_{12}$ and $y \equiv A_{22}$, se obtiene finalmente

$$-\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} (\rho_{\text{eff}} J_1^2 + 2w J_1 J_2 + y J_2^2), \quad (14)$$

que coincide con la Ec. (7) de la Referencia [1] y con la Ec. (9) en [2].

En la misma forma, los coeficientes en la Ec. (10) son

$$\begin{aligned} C_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + w E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} \\ &\quad + w E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + y E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(2))}, \\ \tilde{C}_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + w E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} \\ &\quad + w E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + y E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(2))}, \\ D_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + w E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} \\ &\quad + w E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + y E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(2))}, \\ \tilde{D}_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + w E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} \\ &\quad + w E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + y E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(2))}, \end{aligned} \quad (15)$$

de tal manera que definiendo $E_{Xij}^{(\psi(1))} \equiv \delta_{ij} \epsilon_{X(\psi_i)}$, $E_{Xij}^{(\psi(2))} \equiv B_{ij}^{\psi_X}$, se obtienen exactamente los coeficientes de la Referencia [2].

2.2. El caso $N = 3$

Cuando se tienen dos bosones de gauge neutros extra que se acopan a la física a bajas energías a través de la transmisión de FCNC, de las Ecs. (6) y (7) se obtiene

$$-\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} (A_{11} J_1^2 + A_{12} J_1 J_2 + A_{13} J_1 J_3 + A_{21} J_2 J_1 + A_{22} J_2^2 + A_{23} J_2 J_3 + A_{31} J_3 J_1 + A_{32} J_3 J_2 + A_{33} J_3^2), \quad (16)$$

donde

$$\begin{aligned} A_{11} &= \rho_1 U_{11}^2 + \rho_2 U_{21}^2 + \rho_3 U_{31}^2, \\ A_{12} &= \frac{g_2}{g_1} (\rho_1 U_{11} U_{12} + \rho_2 U_{21} U_{22} + \rho_3 U_{31} U_{32}), \\ A_{13} &= \frac{g_3}{g_1} (\rho_1 U_{11} U_{13} + \rho_2 U_{21} U_{23} + \rho_3 U_{31} U_{33}), \\ A_{22} &= \left(\frac{g_2}{g_1} \right)^2 (\rho_1 U_{12}^2 + \rho_2 U_{22}^2 + \rho_3 U_{32}^2), \\ A_{23} &= \left(\frac{g_2 g_3}{g_1^2} \right) (\rho_1 U_{12} U_{13} + \rho_2 U_{22} U_{23} + \rho_3 U_{32} U_{33}), \\ A_{33} &= \left(\frac{g_2}{g_1} \right)^2 (\rho_1 U_{13}^2 + \rho_2 U_{23}^2 + \rho_3 U_{33}^2) \\ A_{21} &= A_{12}, \quad A_{31} = A_{13}, \quad A_{32} = A_{23}. \end{aligned} \quad (17)$$

En la situación más general de mezcla entre el Z del ME y los dos bosones extra Z' y Z'' , la matriz U será una matriz ortogonal 3×3 para la cual existen diferentes parametrizaciones en términos de tres ángulos de rotación. Definiendo:

$\rho_{\text{eff}} \equiv A_{11}$, $w \equiv A_{12}$, $v \equiv A_{13}$, $y \equiv A_{22}$, $u \equiv A_{23}$ and $x \equiv A_{33}$, el Lagrangiano efectivo puede escribirse como

$$-\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} (\rho_{\text{eff}} J_1^2 + 2w J_1 J_2 + 2v J_1 J_3 + y J_2^2 + 2u J_2 J_3 + x J_3^2). \quad (18)$$

Los coeficientes en la Ec. (10) son ahora

$$\begin{aligned} C_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + w E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} \\ &+ v E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(3))} + w E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} \\ &+ y E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} + u E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(3))} \\ &+ v E_{Lij}^{(\psi(3))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + u E_{Lij}^{(\psi(3))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} \\ &+ x E_{Lij}^{(\psi(3))} E_{Lmn}^{(\chi(3))}, \\ \tilde{C}_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + w E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} \\ &+ v E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(3))} + w E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} \\ &+ y E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} + u E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(3))} \\ &+ v E_{Rij}^{(\psi(3))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + u E_{Rij}^{(\psi(3))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} \\ &+ x E_{Rij}^{(\psi(3))} E_{Rmn}^{(\chi(3))}, \\ D_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + w E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} \\ &+ v E_{Lij}^{(\psi(1))} E_{Rmn}^{(\chi(3))} + w E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} \\ &+ y E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} + u E_{Lij}^{(\psi(2))} E_{Rmn}^{(\chi(3))} \\ &+ v E_{Lij}^{(\psi(3))} E_{Rmn}^{(\chi(1))} + u E_{Lij}^{(\psi(3))} E_{Rmn}^{(\chi(2))} \\ &+ x E_{Lij}^{(\psi(3))} E_{Rmn}^{(\chi(3))}, \\ \tilde{D}_{mn}^{ij} &= \rho_{\text{eff}} E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + w E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} \\ &+ v E_{Rij}^{(\psi(1))} E_{Lmn}^{(\chi(3))} + w E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} \\ &+ y E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} + u E_{Rij}^{(\psi(2))} E_{Lmn}^{(\chi(3))} \\ &+ v E_{Rij}^{(\psi(3))} E_{Lmn}^{(\chi(1))} + u E_{Rij}^{(\psi(3))} E_{Lmn}^{(\chi(2))} \\ &+ x E_{Rij}^{(\psi(3))} E_{Lmn}^{(\chi(3))}. \end{aligned} \quad (19)$$

3. Resumen

Se ha presentado una generalización del formalismo expuesto en las Referencias [1] y [2] para el cálculo del Lagrangiano efectivo para FCNC mediadas por bosones de gauge neutros extra con acoples no universales a las familias fermiónicas. Las expresiones obtenidas cuando el formalismo general se usa en los casos de uno y dos bosones extra serán útiles cuando se apliquen al estudio de las correspondientes consecuencias fenomenológicas en modelos específicos.

4. Agradecimientos

Los autores agradecen soporte financiero de la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad Nacional de Colombia.

Referencias

- [1] L. S. Durkin and P. Langacker, *Phys. Lett. B* **166**, 436 (1986).
- [2] P. Langacker and M. Plumacher, *Phys. Rev. D* **62**, 013006 (2000).
- [3] Para una revisión ver: A. Leike, *Phys. Rept.* **317**, 143 (1999).
- [4] F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **46**, 410 (1992); R. Foot, H. N. Long, T. A. Tran, *Phys. Rev. D* **50**, R34 (1994); W. A. Ponce, J. B. Flórez, L. A. Sánchez, *Int. J. Mod. Phys. A* **17**, 643 (2002); R. A. Diaz, R. Martínez, F. Ochoa, *Phys. Rev. D* **69**, 095009 (2004); *Phys. Rev. D* **72**, 035018 (2005).
- [5] Fayyazuddin, Riazuddin, *Phys. Rev. D* **30**, 1041 (1984); W. A. Ponce, L. A. Sánchez, *Mod. Phys. Lett. A* **22**, 435 (2007); A. Palcu, *Mod. Phys. Lett. A* **24**, 1247 (2009).